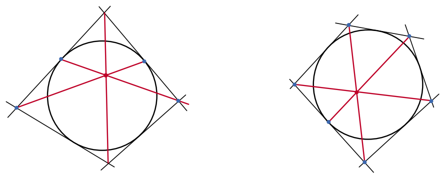

ПЕРЕПРАВЫ ОТ ШАПОВАЛОВЫХ

Для краткости будем обозначать пассажиров в лодке буквами и цифрами, переправу с исходного берега на противоположный – стрелочкой вправо: →, а переправу в обратном направлении – стрелочкой влево: ←. Такой краткой записи полезно научиться.

1. Ответ: смогут.

Сначала переправляются два человека и стиральная машина, один человек остаётся на другой стороне реки, а второй (вместе со стиральной машиной) возвращается за третьим. Затем второй и третий переправляются вместе с машиной, и все втроём выгружают машину.

2. Ответ: смогут.

Обозначим жуликов большими буквами A, B, C, а их чемоданы – маленькими. Схематически переправу можно изобразить так:

Ccc→, C ←, CAB →, AB ←, Aaa →, AC ←, ABC →, B ←, Bbb →.

Сначала C перевозит свои чемоданы, затем без багажа возвращается обратно и перевозит A и B (без багажа). После этого A и B возвращаются, и A перевозит свои чемоданы. Наконец A и C возвращаются и перевозят B, который возвращается один за своими чемоданами.

3. Обозначим членов семей первыми буквами, в одной семье большими, в другой – малыми. Вот схемы переправ:

а) Пм →, П ←, пд →, п ←, пМ →, п ←, ПД →, П ←, Пп →;

б) Пп →, П ←, ПД →, п ←, пМ →, пП ←, Пм →, П ←, пд →, п ←, Пп →.

4. Обозначив членов семей первыми буквами, умеющего грести – большой буквой, остальных – малыми. Схема переправы такая:

Мм →, М ←, Мж →, М ←, Мс →, Мм ←, Мж →, М ←, Мс →, М ←, Мм →.

5. Ответ: все 8.

Обозначим царевну буквой Ц и пронумеруем богатырей от 1 до 7 по порядку (Соня не дружит с 4-м). Схема переправы:

Ц12→, Ц1 ←, 34 →, 23 ←, Ц56 →, Ц6 ←, Ц12 →, Ц2 ←, Ц23 →, Ц5 ←, Ц56 →, Ц6 ←, Ц67 →.

6. Заметим, что под охраной двух воров баулы в безопасности. Сначала Камнев перевозит на другой берег свои баулы (например, по одному). Затем Камнев сажает в лодку Ножницына и вместе с ним по одному перевозит баулы Ножницына. Высадив Ножницына с последним баулом на другой берег, Камнев возвращается, грузит Бумагина с баулом, везёт и выгружает их на тот берег. Последующими рейсами Камнев доставляет с исходного берега на другой баулы Бумагина.

7. Ответ: при $n \geqslant 4$.

Монахинь может перевозить только жена Санчо. Рассмотрим момент, когда она перевезла первую из них. Жена Санчо должна вернуться, с монахиней на другом берегу должна быть другая женщина. Это, очевидно, жена Дона Кихота. Но тогда с оставшейся на исходном берегу монахиней должна быть ещё монахиня, то есть всего монахинь не менее трёх. Если их ровно 3, рассмотрим переправу, когда их число на другом берегу выросло с 1 до 2. В момент переправы монахиня на другом берегу была, очевидно, с женой Дона Кихота. Но тогда в момент переправы монахиня на исходном берегу оставалась без других женщин. Противоречие. Значит, монахинь не менее 4.

При 4 или более монахинях переправа возможна. Сначала Санчо перевозит дона Кихота, и возвращается. Затем жена Санчо перевозит жену Дона Кихота, возвращается, и перевозит по одной монахинь, пока на исходном берегу не останутся только две из них. Тогда на другом берегу их тоже не менее двух. Теперь Санчо и его жена плывут на другой берег, перевозят обратно соответственно Дона Кихота и его жену, затем жена Санчо последовательно перевозит на другой берег двух монахинь, потом жену Дона Кихота, и, наконец, Санчо возвращается и перевозит на другой берег Дона Кихота.

8. Ответ: 37 задач.

Докажем, что больше 37 задач придумать не удастся. Перевозка делится на 5 получасовых периодов. В каждом периоде число придуманных задач равно числу работоспособных людей плюс число работоспособных групп. В первом периоде не менее 5 человек остаются на вокзале, в последнем – в лагере, они не работоспособны. Придумывает только группа в машине, и она даст не более 5 задач за период. Во втором периоде по-прежнему неработоспособны 5 человек на вокзале, а работоспособны не более 2 групп, поэтому придумано не более $5+2=7$ задач. Аналогично – для 4-го периода. В третьем периоде есть не более 3 работоспособных групп и даже если все люди работают, придумано не более $10+3=13$ задач. Итого – не более 37 задач.

Приведём пример для 37 задач. Председатель везет 4 человек (5 задач), обратно везёт одного человека (4 задачи в лагере и 3 в машине), далее везёт 3 человек (группы $3+4+3$ придумывают 13 задач), везет одного назад ($2+3$ придумывают 7 задач), и наконец, везет 4 человека в лагерь (5 задач).

Комментарий. Эта и две следующие задачи – на достижение наилучшего результата. Но ни тут, ни там слово «наилучший» в решении не используется. В таких задачах принято разбивать решение на две внешне независимые части: оценка (доказательство того, что нельзя получить ещё лучший результат) и пример (алгоритм, способ). В примере мы просто показываем, как действовать, и результат говорит сам за себя. В оценке мы рассматриваем произвольный способ действий (а вовсе не наилучший), и доказываем для него неравенство (что он не лучше того, что в нашем примере).

9. Ответ: 33 коробки.

Пример. Обозначим братьев и грузы по первым буквам, число коробок пишем после буквы «к».
Брк5 →, р ←, Брдк3 →, р ←, Брк5 →, Б ←, к10 →, ←, к10 →.

Оценка. Всего можно перевезти 2500 кг груза. От момента погрузки рояля до момента его выгрузки фургон сделает не менее 3 рейсов туда, чтобы перевезти трёх братьев. Значит, рояль съездит «туда» не менее 3 раз. Вычитая $3 \cdot 250$ кг и 100 кг дивана, получаем, что перевезено не более 1650 кг коробок, то есть, не более 33 коробок.

10. Ответ: 6 обменов.

Пример. Пусть на Сатурне были пассажиры массами 400 и 400 кг, а на Земле – два по 200 кг, два по 100 кг и четыре по 50 кг. Сделаем обмены: $400 \to 200+200$, $200 \to 100+100$, $100 \to 50+50$, $100 \to 50+50$, $200 \to 100+100$, $400 \to 200+200$.

Оценка. Если бы можно было сделать 7 операций, то число пассажиров в земной кабине возросло бы на 7. Но тогда мы либо начали с одного пассажира на Земле, либо закончили одним пассажиром на Сатурне. В обоих случаях был бы пассажир, весящий столько, сколько все остальные вместе. Его нельзя уравновесить двумя другими, значит, он в обменах не участвовал, и остался в той же кабине. Но тогда не было бы равновесия в тот момент, когда с ним вместе были другие пассажиры.