



ЗАОЧНАЯ ФИЗМАТШКОЛА

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАНИЯ
РОССИЙСКИХ И
ЗАРУБЕЖНЫХ ЭКЗАМЕНОВ И
ОЛИМПИАД

- +7 495 650-99-95
- +7 495 694-36-00
- +7 925 505-24-42
- +7 916 151-25-94
- info@albioncom.ru

Занятие №4 (28.10.2023)

Кружок по математике



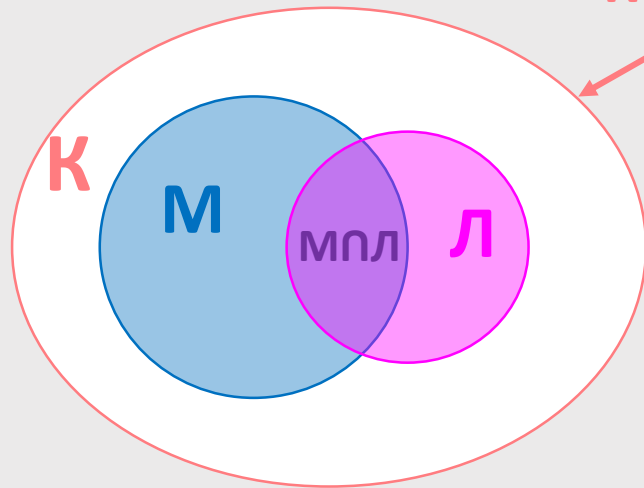
Несколько слов о домашнем задании



Задача №1

В классе 33 ученика. 20 из них состоят в музыкальном клубе, а 9 не состоят ни в каком клубе. Кроме того, одна девочка состоит сразу и в музыкальном, и в литературном клубе, а среди мальчиков таких нет. Сколько девочек в литературном клубе, если в нём всего один мальчик? (Клубов всего два, и в каждом из них состоят только ученики класса.)

Задача №1



К = Множество всего класса (33 ученика)

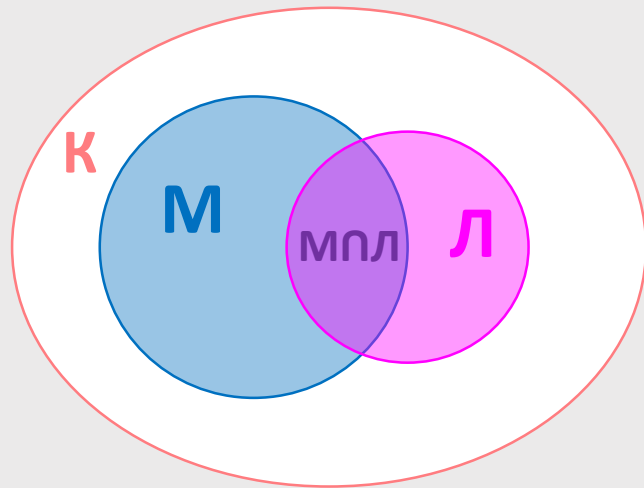
М = Множество учеников, состоящих в музыкальном клубе

Л = Множество учеников, состоящих в литературном клубе

МЛЛ = Множество учеников, состоящих и в литературном, и в музыкальном клубах

Л\М = Множество учеников, состоящих только в литературном клубе

Задача №1



$K = 33$ человека

$M = 20$ человек

$K \setminus (M \cap L) = 9$ человек – не состоят ни в каком клубе

$K - M - K \setminus (M \cap L) = L \setminus M = 33 - 20 - 9 = 4$ человека

Т.к. только в L состоит 4 человека

“Кроме того, одна девочка состоит сразу и в музыкальном, и в литературном клубе, а среди мальчиков таких нет” - $M \cap L = 1$ человек (девочка)

$L = L \setminus M + M \cap L = 4 + 1 = 5$ человек состоят в литературном клубе

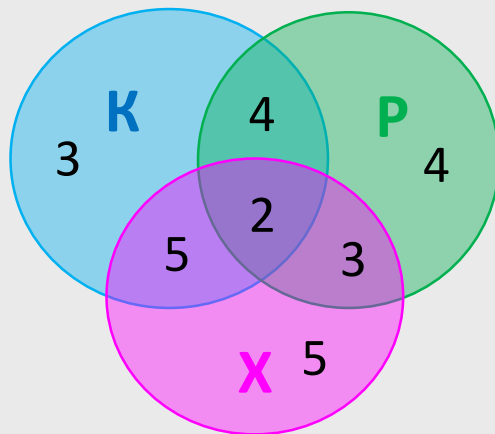
$5 - 1 = 4$ девочки в литературном клубе

Задача №2

Среди монстров, живущих в подземелье, у 14 есть крылья, у 13 — рога, у 15 — хвост, у 6 — крылья и рога, у 5 — рога и хвост, у 7 — крылья и хвост. Кроме того, у двух монстров есть и крылья, и рога, и хвост, и ещё у двух нет ни крыльев, ни рогов, ни хвоста. Сколько всего монстров живёт в подземелье?

Задача №2

Среди монстров, живущих в подземелье, у 14 есть крылья, у 13 — рога, у 15 — хвост, у 6 — крылья и рога, у 5 — рога и хвост, у 7 — крылья и хвост. Кроме того, у двух монстров есть и крылья, и рога, и хвост, и ещё у двух нет ни крыльев, ни рогов, ни хвоста. Сколько всего монстров живёт в подземелье?



$$KUPUX = 26 \text{ монстров}$$

"КТО С КЕМ ТАНЦУЕТ?"

Холмс, позвольте представить вам моих новых друзей, победителей танцевального конкурса Великобритании!

Очень рад! Прошу к столу!

Джон!

Артур!

Генри!

Кэти!

Мери!

Роза!

Попробуйте-ка отгадать, кто с кем танцует!

Я думаю, наши гости обязательно проговорятся.

Каждая девушка моложе своего партнёра на 3 года.

Мне вместе с Джоном 36 лет.

А нам вместе с Кэти 40 лет.

И самая молодая среди нас – Роза.

Теперь я знаю, кто с кем танцует.

Но как, Холмс?

Художник: Дарья Когтцова

Задача №3 (Из журнала «Квантик»)

По словам Мэри, каждая девушка моложе своего партнёра на 3 года. Значит, чем моложе девушка, тем моложе её партнёр, а ещё сумма возрастов в каждой паре нечётная.

Из реплик Кэти и Артура видно, что Кэти не может танцевать ни с Джоном, ни с Артуром, потому что иначе сумма возрастов Кэти и её партнёра была бы чётной (либо 36, либо 40). Поэтому Кэти танцует с Генри.

Роза – самая молодая, а тогда её партнёр – самый молодой среди танцоров-мужчин. Поскольку сумма возрастов Кэти и Артура – 40, а Кэти и Джона – 36, то Джон младше Артура (на 4 года). Выходит, Джон – партнёр Розы.

Мы не нашли пару только Артуру и Мэри, поэтому они танцуют вместе.

Блиц-задача



Высота столба равна 20 м. Улитка решила навестить свою бабушку, которая живёт на вершине столба. За день она проползает по столбу 3 метра, а за ночь сползает на 2 метра. Через сколько дней произойдёт радостная встреча?



Четвертое занятие. Комбинаторика



Комбинаторика

На практике часто встречаются задачи, формулировка которых начинается со слов: "Сколько существует...", "Сколькими способами" и т. д. Такие задачи принято называть комбинаторными, а раздел математики, который их изучает - комбинаторикой.

Комбинаторика - раздел математики, посвященный решению задач выбора и расположения элементов некоторого, обычно конечного, множества в соответствии с заданными правилами.

Правило суммы

- **Правило суммы:** Если два действия A и B взаимно исключают друг друга, причем действие A можно выполнить m способами, а B – n способами, то выполнить одно любое из этих действий (либо A , либо B) можно $n + m$ способами.
- В классе учится 16 мальчиков и 10 девочек. Сколькими способами можно назначить одного дежурного?

Правило произведения

- **Правило произведения:** Пусть требуется выполнить последовательно k действий. Если первое действие можно выполнить n_1 способами, второе действие n_2 способами, третье – n_3 способами и так до k -го действия, которое можно выполнить n_k способами, то все k действий вместе могут быть выполнены:

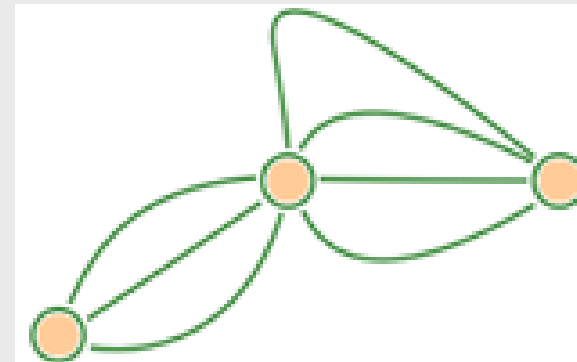
$$N = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$$

способами.

- В классе учится 16 мальчиков и 10 девочек. Сколькими способами можно назначить двух дежурных?

Филимоново-Ксенофоново-Оладушкино

Из деревни Филимоново в деревню Ксенофоново ведут три дороги, а из деревни Ксенофоново в деревню Оладушкино ведут четыре дороги. Сколько существует путей из деревни Филимоново в деревню Оладушкино?



Чайный сервиз


1. В магазине продаются чашки пяти видов и блюдца трех видов. Сколькими способами можно выбрать себе чашку и блюдце?
2. В магазине продаются чашки пяти видов, блюдца трех видов и ложки четырех видов. Сколькими способами можно выбрать себе а) чашку, блюдце и ложку; б) два разных предмета?

Племя Мумбо-Юмбо

Алфавит племени Мумбо-Юмбо состоит из букв А и У. Словом считается любая последовательность, состоящая не более, чем из 5 букв. Сколько слов в словаре Мумбо-Юмбо?



ААУУА АУА?



**ААУ АААА АУ!
АУА УУ?**

Четырехзначные числа

Сколько четырехзначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4 и 5, если:

- а) никакая цифра не повторяется более одного раза
- б) повторения цифр допустимы
- в) числа должны быть четными и повторений цифр быть не должно?

Монета и кубик

а) Монету подбросили пять раз. Сколько разных последовательностей из орлов и решек могло при этом получиться? (Монета может упасть орлом или решкой).

б) На гранях игрального кубика написаны натуральные числа от 1 до 6. Игральный кубик бросили три раза. Сколько разных последовательностей чисел могло при этом получиться?

Пятизначные числа

(Математический праздник, 1996, 6) Каких пятизначных чисел больше: не делящихся на 5 или тех, у которых ни первая, ни вторая цифра слева — не пятёрка?

Спасибо за внимание!

Совсем скоро презентация и домашнее задание появятся на гугл-диске и на сайте)

Домашнее задание присылайте на почту -

info@oxbridge.ru

В теме письма указывайте фамилию, предмет и номер группы

Не забудьте отправить ДЗ не позднее, чем за 2 дня до начала следующего занятия (до четверга включительно)

Хороших выходных!



Использованные материалы

- Архив журнала «Квантик» <https://kvantik.com/archive/>
- Архив занятий Малого Мехмата МГУ <http://mmmf.msu.ru/archive/>
- Задачи с сайта <https://problems.ru/>
- Задачи с сайта <https://www.kingsmathsschool.com/weekly-maths-challenge> (King's Maths School)