

Домашнее задание к занятию 3.

Пожалуйста, присылайте решения задач из домашнего задания на почту masha.sham1@yandex.ru до четверга 26.10.23 включительно.

Прочитайте теоретическую справку по комбинаторике и решите задачи.

Теоретическая справка по комбинаторике:

Правило суммы. Если два действия А и В взаимно исключают друг друга, причем действие А можно выполнить m способами, а В – n способами, то выполнить одно любое из этих действий (либо А, либо В) можно $n + m$ способами.

Правило произведения. Пусть требуется выполнить последовательно k действий. Если первое действие можно выполнить n_1 способами, второе действие n_2 способами, третье – n_3 способами и так до k -го действия, которое можно выполнить n_k способами, то все k действий вместе могут быть выполнены: $N = n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$

Перестановки без повторений:

Берутся все n элементов исходного множества, меняется лишь порядок их следования друг за другом. Все элементы разные. Тогда возможное число перестановок элементов:

$$P_n = n!$$

Размещения:

Из исходного множества («алфавита» из n элементов) берется только m каких-то элементов, и выполняются различные перестановки только этого количества элементов. При этом рассматриваются все возможные способы выборки такого количества элементов из исходного множества. Например, когда из исходного множества из $n = 3$ цифр: $\{1, 2, 3\}$ берутся подмножества из $m = 2$ цифр: $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$ и $\{2, 3\}$, мы получаем следующую подборку комбинаций:

$$\begin{aligned} &\{1, 2\} \\ &\{2, 1\} \\ &\{1, 3\} \\ &\{3, 1\} \\ &\{2, 3\} \\ &\{3, 2\} \end{aligned}$$

Количество различных возможных вариантов таких комбинаций элементов вычисляется по формуле:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Сочетание: Сколькими способами можно выбрать из n элементов m ?

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}.$$

Перестановки с повторениями. Пусть исходное множество может, кроме уникальных, неповторяющихся, содержать какие-то одинаковые элементы, например: $\{1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3\}$. Тогда при всех возможных перестановках будут возникать одинаковые варианты, в которых местами меняются только одинаковые элементы. Такие повторы необходимо исключить при подсчете количества неповторяющихся комбинаций.

$$P(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!},$$

где $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

1. В хоровом кружке занимаются 9 человек. Необходимо выбрать двух солистов. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколькими способами 10 футбольных команд могут разыграть между собой золотые, бронзовые и серебряные медали?
3. В меню столовой предложено на выбор 2 первых блюда, 6 вторых и 4 третьих блюда. Сколько различных вариантов обеда, состоящего из первого, второго и третьего блюда, можно составить?
4. На прививку в медпункт отправились 7 друзей. Сколькими разными способами они могут встать в очередь у медицинского кабинета?
5. Сколько различных трёхзначных чисел можно составить при помощи цифр 4, 7, 9? (Цифры в записи числа не повторяются).
6. Сколько различных трёхзначных чисел можно составить с помощью цифр 1, 3, 7? (Цифры могут повторяться)